

Universität Karlsruhe
Institut für Chemische Technik
Prof. Dr. H. Bockhorn

Versuchsbeschreibung
zum
Chemisch-Technischen Grundpraktikum

Doppelrohrwärmeaustauscher

0 Vorbemerkung

Diese Versuchsbeschreibung ist kein Ersatz für die Einarbeitung in die Theorie des Wärmeübergangs, sondern dient nur zur Darstellung der Aufgabenstellung. Die Theorie ist nur soweit erklärt, dass die Aufgabenstellung verstanden wird.

1 Literatur

- H. D. Baehr, K. Stephan Wärme- und Stoffübertragung, 2. Auflage 1996, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg
- Gröber/Erk/Grigull, Die Grundgesetze der Wärmeübertragung, Springer-Verlag, 1988
- J. Hagen, Chemische Reaktionstechnik, VCH, 1992
- Patat, Franz; Kirchner, Kurt; Praktikum der Technischen Chemie, 4. Auflage 1986, Walter de Gruyter-Verlag Berlin, New York
- VDI-Wärmeatlas, Berechnungsblätter für den Wärmeübergang, 8. überarbeitete und erweiterte Auflage 1997, Springer, Berlin Heidelberg
- Prof. Dr. H. Bockhorn, Vorlesungsskript Chemische Technik II, Universität Karlsruhe

2 Aufgabenstellung

Für den Abb. 2.1 skizzieren Doppelrohrwärmetauscher ist die Strömungskonfiguration zu bestimmen, die die größte Effektivität hinsichtlich der ausgetauschten Wärmemengen liefert.

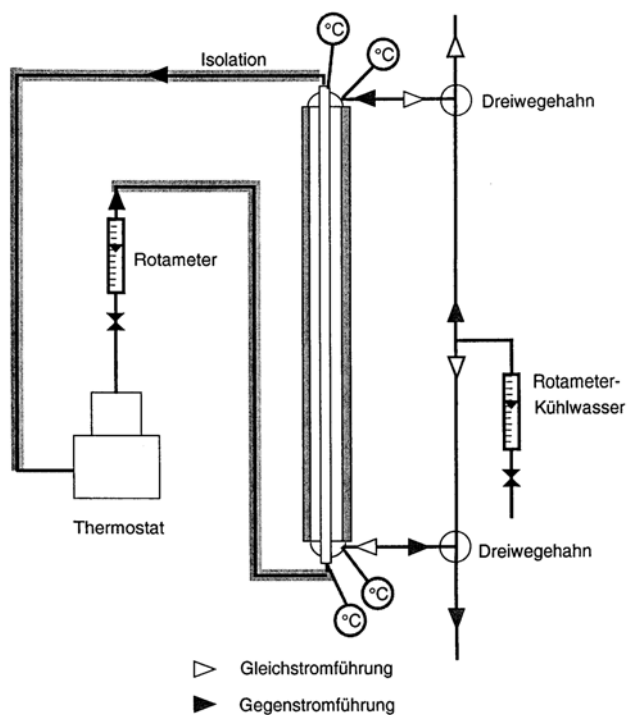


Abb. 2.1: Skizze des verwendeten Doppelrohrwärmetauschers

3 Experimentelle Aufgaben

1. Bestimmung der Aus- und Eingangs-Temperaturen beider Medien im Gleichstrombetrieb
2. Bestimmung der Aus- und Eingangs-Temperaturen beider Medien im Gegenstrombetrieb

4 Theorie

4.1 Allgemeines

Nach dem zweiten Hauptsatz der Wärmelehre ist die Wärmeübertragung von einem Körper höherer Temperatur auf Körper niedriger Temperatur ein von selbst verlaufender Vorgang. Bei der „indirekten“ Beheizung und Kühlung durch stoffliche Wärmeträger, d.h. bei der Übertragung von Wärme von einem Medium durch eine Wand auf ein anderes Medium, wird die Wärme überwiegend durch Leitung und Konvektion übertragen. Dieser Mechanismus ist im Bereich von tieferen Temperaturen bis etwa 300°C maßgebend. Für diese Art von Wärmeaustauschprozessen ist besonders der Wärmedurchgang und für die Auslegung von Wärmeaustauschapparaturen die Wärmedurchgangszahl k bzw. der Wärmewiderstand $1/k$ eine wichtige Kenngröße.

In den meisten Fällen wird die Wärme durch eine Rohrwand von einem auf das andere Medium übertragen, vergleiche Abb. 2.1. Für diesen Wärmetransport sind in Serie geschaltete Prozesse charakterisierbar.

Es handelt sich dabei um:

1. den Übergang von Wärme vom heißeren Medium an die Wand,
2. die Wärmeleitung durch die Wand und
3. den Übergang von Wärme von der Wand in das kältere Medium.

Die Reihenschaltung von Vorgängen dieser Art ist vergleichbar mit der Reihenschaltung elektrischer Widerstände. In beiden Fällen ist der Widerstand der reziproke Wert der Leitfähigkeit. Für den Wärmeübergang sind die Wärmeübergangszahlen α und die auf die Wanddicke δ bezogene Wärmeleitfähigkeit λ als „Leitfähigkeiten“ aufzufassen. Die Summe der Einzelwiderstände ergibt den Gesamtwiderstand des Wärmedurchgangs, der nach folgender Beziehung errechnet werden kann:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_a}$$

i: Innenrohr;

a: Außenrohr

In der Technik unterscheidet man bei Wärmeaustauschprozessen drei Fälle:

1. Temperaturkonstanter Wärmeaustausch: Beide Medien weisen an jedem Ort der Wärmeaustauschfläche die gleiche Temperatur auf. Dieser Zustand verändert sich zeitlich nicht (Wärmeaustausch zwischen einer siedenden Flüssigkeit und einem kondensierenden Dampf).
2. Stationärer Wärmeaustausch: Die Temperaturen beider Medien verändern sich entlang der Wärmeaustauschfläche. Dieser Zustand unterliegt aber keiner zeitlichen Veränderung.
3. Instationärer Wärmeaustausch: Die Temperaturen beider Medien verändern sich entlang der Wärmeaustauschfläche. Dieser Zustand unterliegt darüber hinaus einer zeitlichen Veränderung.

Der instationäre Wärmeaustausch kommt in der industriellen Praxis sehr selten vor. Häufiger hat man es mit dem temperaturkonstanten und am häufigsten mit dem stationären Wärmeaustausch zu tun.

4.2 Stoff-Führung in Wärmeaustauschapparaturen, Typen von Wärmeaustauschern

Für die Stoff-Führung in technischen Wärmeaustauschern gibt es verschiedene Möglichkeiten. Beispielsweise für den in Abb 2.1 skizzierten Wärmetauscher lassen sich die beiden Medien im Gleich- oder Gegenstrom führen. Der Vorteil der Gegenstromvariante gegenüber der Gleichstromvariante ist, dass die Endtemperatur des Kühlmediums über der Endtemperatur des Heizmediums liegen kann. Die Effektivität des Wärmetauschers bei Gegenstromführung ist damit höher als bei Gleichstromführung.

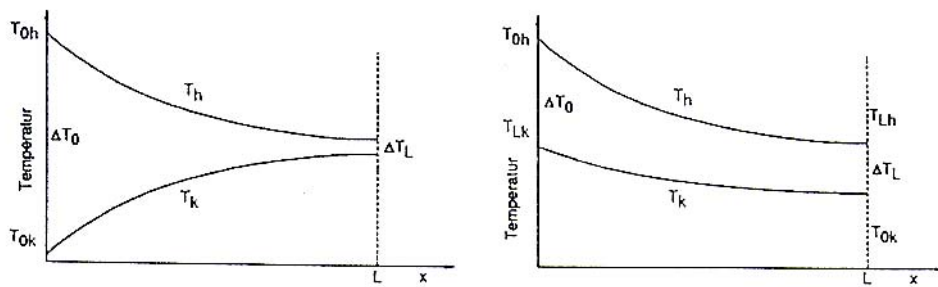


Abb. 4.2: Temperaturverlauf in einem Doppelrohrwärmeaustauscher bei Gleichstrombetrieb bzw. Gegenstrombetrieb

Die Gegenstromanordnung weist außer für sehr kurze Wärmeaustauscher höhere Wärmestromdichten als ein vergleichbarer Wärmeaustauscher im Gleichstrombetrieb auf. Für kurze Wärmeaustauscher ist auf Grund der großen Temperaturgradienten im Gleichstromfall die ausgetauschte Wärme pro Fläche größer. Diesen Vorteil nutzt man in der Technik beispielsweise zum Pasteurisieren von Milch im Gleichstromwärmetauscher, wobei diese in kurzer Zeit aufgeheizt und wieder abgekühlt wird.

In der Technik unterscheidet man zwischen den gewöhnlichen Wärmeaustauschern, den Verdampfern bzw. Kondensatoren und sogenannten Rekuperatoren. Rekuperatoren sind einfache Wärmeaustauscher nach dem Gegenstromprinzip. Sie dienen in der Technik zum Austausch von Wärme bei hoher Temperatur. Sie werden oft in periodischer Betriebsweise gefahren. Vereinzelt finden sich Plattenwärmeaustauscher im Einsatz. Diese werden für die Hoherhitzung und die Kurzzeiterhitzung verwendet (Ultrahocherhitzung von Milch). Wärmeaustauschprozesse, die bei erhöhter Temperatur stattfinden oder bei denen die austauschenden Medien große Temperaturdifferenzen aufweisen, stellen hohe Anforderungen an die verwendete Wärmeaustauscherkonstruktion. So werden beispielsweise Rohrbündelwärmeaustauscher mit speziellen Kompensatoren bzw. Schwimmköpfen ausgestattet, um die auftretenden Wärmespannungen zu kompensieren. Zum Heizen verwendet man in der chemischen Industrie bevorzugt überhitzten Dampf mit hoher Energiedichte. Elektroenergie wird nur in speziellen Anwendungsfällen zum Heizen eingesetzt.

4.3 Grundlagen

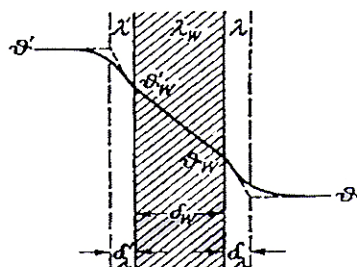
Es sind drei Arten des Wärmetransportes zu unterscheiden:

1. Wärmetransport durch Leitung in festen oder in unbewegten flüssigen und unbewegten gasförmigen Stoffen, d.h. lediglich durch thermische Molekularbewegung (Wärmeleitung).
2. Wärmetransport durch freie oder erzwungene Konvektion (Mitführung) durch bewegte flüssige oder gasförmige Stoffe.
3. Wärmetransport durch Strahlung, der sich ohne Mitwirkung von Materie vollzieht (Wärmestrahlung).

Beim Doppelrohrwärmeaustauscher in Abb. 2.1 kann die Wärmeübertragung durch Strahlung unter den gewählten Bedingungen vernachlässigt werden. Die Wärme wird damit vor allem durch Leitung und Konvektion übertragen.

Strömen zwei Flüssigkeiten verschiedener Temperatur entlang einer Wand (Abb. 4.2) so wird Wärme von der heißeren Flüssigkeit auf die kältere durch die Wand übertragen. Einen derartigen Vorgang bezeichnet man als Wärmedurchgang. Der Wärmedurchgang gliedert sich in drei Transportschritte:

1. Wärmeübergang von der heißeren Flüssigkeit auf die Wand.
2. Wärmeleitung durch die Wand.
3. Wärmeübergang von der Wand auf die kältere Flüssigkeit.



$$\vartheta'_w \equiv T'_w \quad \text{und} \quad \vartheta_w \equiv T_w$$

— Wahrer Temperaturverlauf

- - - - - Zugrunde gelegtes Modell für den Temperaturverlauf

Abb. 4.3: Wärmedurchgang durch eine ebene Wand

4.3.1 Wärmeleitung durch eine Wand

Werden die beiden Oberflächen A einer ebenen Wand (Abb. 4.2) mit der Dicke δ_w , auf verschiedenen Temperaturen T_w bzw. T'_w gehalten, so ist die Wärmemenge, die in der Zeiteinheit durch die Fläche A strömt, nach dem Fourierschen Gesetz:

$$j = A \frac{\lambda_w}{\delta_w} (T'_w - T_w) \quad (1)$$

In dieser Gleichung ist j der Wärmestrom, also die pro Zeit übertragene Wärme und λ_w die Wärmeleitfähigkeit.

4.3.2 Wärmeübergang durch eine Grenzschicht

Der Wärmeübergang zwischen einer Wand und einer Flüssigkeit ist ein Vorgang, der von den verschiedensten Einflußgrößen, vor allem aber vom Strömungszustand der Flüssigkeit (laminar oder turbulent), abhängt.

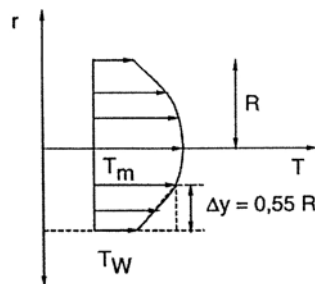


Abb. 4.3: Zur Definition des Wärmeübergangskoeffizienten bei laminarer Strömung

Für technische Anwendungen wird ein Wärmeübergangskoeffizient α definiert.

$$j(x) = A \alpha(x) \Delta T \quad (2)$$

In dieser Gleichung ist ΔT eine geeignete Temperaturdifferenz, zum Beispiel für das Grenzschichtproblem an einer laminar angeströmten Platte die Differenz

$$\Delta T = T_\infty - T_w$$

Die anschauliche Deutung des Wärmeübergangskoeffizienten ist dann

$$\alpha(x) = \frac{\lambda}{\Delta y},$$

also der Quotient aus Wärmeleitzahl und einer geeigneten Längendifferenz. Der obige Ansatz beinhaltet die Linearisierung des Temperaturprofils in Wandnähe durch $(\frac{\delta T}{\delta y})_w \approx \frac{\Delta T}{\Delta y}$ mit einer geeigneten Temperatur- und Längendifferenz.

Die fiktive Temperaturgrenschichtdicke Δy hängt von den Strömungsbedingungen ab. Bei einer turbulent angeströmten Platte ist die geeignete Temperaturdifferenz

$$\Delta T = T_m - T_w .$$

Hierbei wird die Temperaturdiffrenz mit einer mittleren Temperatur T_m gebildet, die nach der Mittelungsvorschrift

$$T_m = \frac{1}{u_0 \pi R^2} \int_0^R u T 2\pi r dr$$

Berechnet wird. $\int_0^R u T 2\pi r dr$ ist proportional dem konvektiven Wärmestrom. T_m ist also eine aus dem konvektiven Wärmestrom gemittelte Temperatur, die wegen der Kühlung des Rohres von x abhängt.

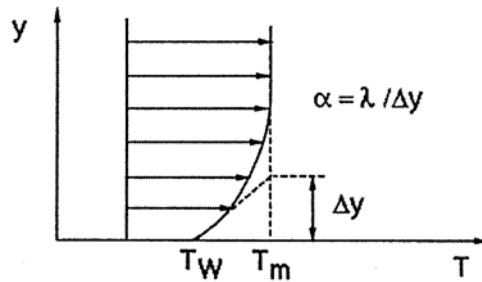


Abb. 4.4: Zur Definition des Wärmeübergangskoeffizienten bei turbulenter Strömung

Das Längenmaß Δy ist verschieden von der Temperaturgrenschicht δ_T . Dieser Unterschied beträgt zum Beispiel bei einer laminar angeströmten, ebenen Platte:

$$\frac{\Delta y}{\delta_T(x)} = 0,6$$

Gemäß Abb. 4.3 folgt für den Wärmeübergang von der Flüssigkeit auf die Wand:

$$j(x) = A \alpha'(x) (T' - T'_w) \tag{3}$$

Entsprechend gilt für den Wärmeübergang von der Wand auf die zweite Flüssigkeit

$$j(x) = A\alpha(x)(T_w - T) \quad (4)$$

Das Problem der Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten α lässt sich auf die Bestimmung der Nusselt-Zahl Nu zurückführen.

$$Nu(x) = \frac{\alpha(x)L}{\lambda} \quad (5)$$

Die Größe L in Gl. (5) wird dem jeweiligem Problem angepasst, bei Platten ist L gleich der Länge der Platte und bei Rohren ist $L=d$, dem Durchmesser des Rohres.

4.3.2.1 Bestimmung der Nusselt-Zahl bei der Strömung durch Rohre

a) laminare Rohrströmung

Für den Fall eines gekühlten Rohres mit konstanter Wandtemperatur wird die örtliche Nusselt-Zahl mit zunehmender Lauflänge geringer, da das Temperaturprofil sich allmählich ausbildet. Bei vollständig ausgebildeter Strömung ergibt sich für die örtliche Nusselt-Zahl ein konstanter Wert von $Nu=3,66$.

Für die Nusselt-Zahl gilt:

$$Nu = \frac{\alpha(x)L}{\lambda} = \frac{1}{L} \int_0^L Nu(x) dx$$

Für die gemittelte Nusselt-Zahl in einem Rohr von der Länge l gilt allgemein für Gase und Flüssigkeiten nach Hausen [1]:

$$Nu = \left[3,65 + \frac{0,19(\text{Re Pr } d_i/l)^{0,8}}{1 + 0,117(\text{Re Pr } d_i/l)^{0,467}} \right] \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_w} \right)^{0,11} \quad (6)$$

Mit $\text{Pr} = \frac{\nu}{a}$ und $a = \frac{\lambda}{\rho C_p}$

Die genannte Formel ist für Gase und Flüssigkeiten im Bereich $\text{Re} \cdot \text{Pr} \cdot d_i/l$ von 0,1 bis 10^4 gültig; die benötigten Stoffwerte sind für die mittlere Temperatur des betrachteten Mediums zu wählen.

Die mittlere Temperatur des Mediums ist wie folgt zu bilden:

$$T_m = \frac{T_{\text{Ende}} + T_{\text{Anfang}}}{2}$$

b) turbulente Rohrströmung

Bei der turbulenter Rohrströmung werden zur Berechnung der gesamten Wärmestromdichte die Wärmeübergangszahl α und die Temperaturdifferenz ΔT über die Lauflänge gemittelt. Für die Wärmeübertragung bei turbulenter Strömung von Gasen und Flüssigkeiten in Rohren hat Gnielinski eine Gleichung angegeben, die auch das Übergangsgebiet zwischen laminarer und turbulenter Rohrströmung erfasst:

$$Nu = \frac{\frac{\xi}{8} (Re - 1000) Pr}{1 + 12,7 \sqrt{\frac{\xi}{8} (Pr^{2/3} - 1)}} \left[1 + \left(\frac{d_i}{l} \right)^{2/3} \right] \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_w} \right)^{0,11} \quad (7)$$

Mit $\xi = (1,82 \cdot \log \cdot Re - 1,64)^{-2}$ und d_i = Innendurchmesser des Innenrohres

Die Stoffwerte sind wie bei laminarer Strömung für die mittlere Temperatur zu wählen.

4.3.2.2 Bestimmung der Nusselt-Zahl für eine Strömung im konzentrischen Ringspalt

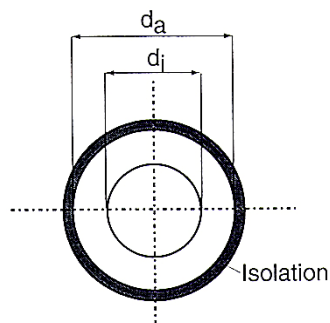


Abb. 4.5: Wärmeübergang im konzentrischen Ringspalt

Es wird vorausgesetzt, dass beide Rohre konzentrisch sind. Der hydraulische Durchmesser des Ringspalttes beträgt:

$$d_h = d_a - d_i$$

Mit d_a , dem Innendurchmesser des Außenrohres und d_i , dem Außendurchmesser des Innenrohres.

a) laminare Strömung im konzentrischen Ringspalt

Bei ausgebildeter laminarer Strömung durch den Ringspalt gilt nach Stephan [3]

$$Nu = \left[Nu_{\infty} + f\left(\frac{d_i}{d_a}\right) \frac{0,19(\text{Re} \cdot \text{Pr} \cdot d_h/l)^{0,8}}{1 + 0,117(\text{Re} \cdot \text{Pr} \cdot d_h/l)^{0,467}} \right] \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_W} \right)^{0,11} \quad (8)$$

Mit $Nu_{\infty} = 3,66 + 1,2 \left(\frac{d_i}{d_a} \right)^{-0,8}$ und $f\left(\frac{d_i}{d_a}\right) = 1 + 0,14 \sqrt{\frac{d_i}{d_a}}$

b) turbulente Strömung im konzentrischen Ringspalt

Die Wärmeübertragung bei turbulenter Strömung in konzentrischen Ringspalten wird durch eine modifizierte Form [9] der für die turbulente Rohrströmung gültigen Gleichung [7] wiedergegeben.

$$Nu = \frac{\frac{\xi}{8} (\text{Re} - 1000) \text{Pr}}{1 + 12,7 \sqrt{\frac{\xi}{8}} (\text{Pr}^{2/3} - 1)} \left[1 + \left(\frac{d_i}{l} \right)^{2/3} \right] f\left(\frac{d_i}{d_a}\right) \quad (9)$$

mit $\xi = (1,82 \cdot \log \cdot \text{Re} - 1,64)^{-2}$ und $f\left(\frac{d_i}{d_a}\right) = 0,86 \left(\frac{d_i}{d_a} \right)^{0,16}$

Die Formeln für die Nusselt-Zahlen sind dem VDI-Wärmeatlas entnommen (5. Auflage 1988 (Gb1-Gb2)).

Reynolds-Zahl $Re = \frac{\rho u d}{\eta} = \frac{u d}{\nu}$, mit $\eta = \nu \rho$

Es gilt

$Re < 2300 =$ laminare Strömung

$Re > 2300 =$ turbulente Strömung

$Re_{krit.} = 2300$

$\rho =$ Dichte; $u =$ Strömungsgeschwindigkeit; $\nu =$ kinematische Viskosität;

$\eta =$ dynamische Viskosität; $d =$ Innendurchmesser Innenrohr bzw. Außenrohr

4.3.3. Wärmedurchgang (vgl. Abb. 4.3)

Werden aus den Gleichungen (10), (11) und (12) T_w und T'_w eliminiert, so erhält man für den stationären Zustand ($j = j' = j_w$) die Gleichung (13).

$$j_w = A \frac{\lambda_w}{\delta_w} (T'_w - T_w) \quad (10)$$

$$j' = A \alpha(x) (T' - T'_w) \quad (11)$$

$$j = A \alpha(x) (T_w - T) \quad (12)$$

$$\Rightarrow j = A \frac{1}{\frac{1}{\alpha(x)} + \frac{\delta_w}{\lambda_w} + \frac{1}{\alpha'(x)}} (T' - T) = Ak(T' - T) \quad (13)$$

Soweit wird der Wärmestrom erhalten, der durch die Fläche A von einer Flüssigkeit mit der Temperatur T' auf eine zweite Flüssigkeit der Temperatur T übergeht.

Da im stationären Zustand α über die Lauflänge gemittelt wird, kann der Wärmedurchgangskoeffizient k aus Gleichung (13) als Konstante behandelt werden.

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha} + \frac{\delta_w}{\lambda_w} + \frac{1}{\alpha'}} \quad (14)$$

k bezeichnet man als den Wärmedurchgangskoeffizienten. Zur Berechnung kann der Wärmedurchgangskoeffizient k auf den Innen- bzw. Außendurchmesser des Innenrohres bezogen werden. Auf den Außendurchmesser bezogen ergibt sich Gleichung (15):

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_i \frac{R_i}{R_a}} + \frac{1}{\frac{\lambda_w}{\Delta R} \frac{R_m}{R_a}} + \frac{1}{\alpha_a} \quad (15)$$

$\frac{1}{k}$ = Gesamtwiderstand für den Wärmedurchgang

α_i, α_a = Wärmeübergangszahl innen bzw. außen

R_i = Innenradius des Innenrohres

R_a = Außenradius des Innenrohres

λ_w = Wärmeleitfähigkeit des Rohrmaterials

R_m = mittlerer Radius des Innenrohres $R_m \approx \frac{R_i + R_a}{2}$

ΔR = Dicke des Innenrohres $\Delta R = R_a - R_i$

4.3.4 stationärer Wärmetausch

a) Wärmeaustausch im Gleichstrom

Zur Bestimmung des Temperaturverlaufs wird ein einfacher Doppelrohrwärmeaustauscher betrachtet, vgl. Abb. 4.6. Alle folgenden verwendeten Temperaturen sind die mittleren Temperaturen in einer Phase. Im inneren Rohr strömt das heißere Medium mit dem Massenfluß \dot{m}_h und der Anfangstemperatur T_{0h} . Im äußeren Rohrmantel strömt im Gleichstrom das kältere Medium mit dem Massenfluß \dot{m}_k und der Anfangstemperatur T_{0k} . Durch die Temperaturdifferenz $\Delta T(x) = (T_h(x) - T_k(x))$ ergibt sich ein örtlicher Wärmestrom vom heißeren auf das kältere Medium, so dass sich ersteres abkühlt und letzteres aufheizt. Das Doppelrohr ist außen isoliert.

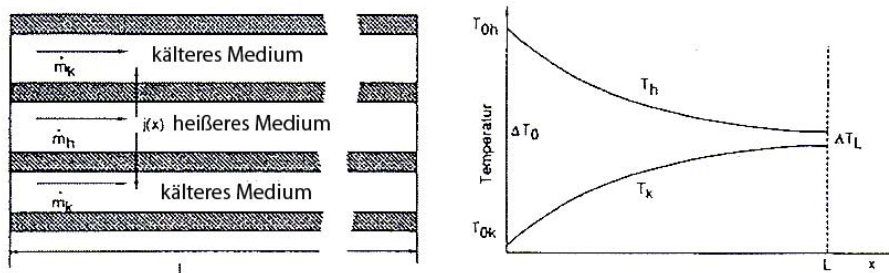


Abb. 4.6: Temperaturverlauf in einem Doppelrohrwärmeaustauscher bei Gleichstrombetrieb

Die übertragene Wärmemenge ist gemäß Gl. (16)

$$dj(x) = k(x)\Delta T_{ges}(x)dA, \quad (16)$$

wobei $k(x)$ und A auf die äußere bzw. innere Fläche des Innenrohres zu beziehen sind.

Die Abkühlung des heißeren Mediums ist gegeben durch

$$j_h = -\dot{m}_h C_{p,h} \Delta T_h \quad (17)$$

und entsprechen gilt für die Erwärmung des kälteren Mediums

$$j_k = \dot{m}_k C_{p,k} \Delta T_k \quad (18)$$

$C_{p,h}$ = mittlere Wärmekapazität des heißen Mediums

$C_{p,k}$ = mittlere Wärmekapazität des kalten Mediums

ΔT_h = Temperaturdifferenz im heißen Medium

ΔT_k = Temperaturdifferenz im kalten Medium

Unter der Annahme, dass keine Wärme in die Umgebung abgegeben wird, gilt folgende Wärmebilanz

$$j = j_h = j_k = -\dot{m}_h C_{p,h} \Delta T_h = \dot{m}_k C_{p,k} \Delta T_k \quad (19)$$

mit der Temperaturdifferenz

$$\Delta T_{ges}(x) = T_h(x) - T_k(x) \quad (20)$$

wird

$$d\Delta T_{ges}(x) = dT_h - dT_k \quad (21)$$

Setzt man dT_h und dT_k aus den Gleichungen (17) und (18) ein, ergibt sich

$$d\Delta T_{ges}(x) = -dj(x) \left(\frac{1}{\dot{m}_h C_{p,h}} + \frac{1}{\dot{m}_k C_{p,k}} \right) = -B_{gl} dj(x) \quad (22)$$

$$d\Delta T_{ges}(x) = -B_{gl} k(x) \Delta T_{ges}(x) dA \quad (23)$$

$$\frac{d\Delta T_{ges}(x)}{\Delta T_{ges}(x)} = -B_{gl} k(x) dA \quad (24)$$

$$\int_{\Delta T_0}^{\Delta T_L} \frac{d\Delta T_{ges}(x)}{\Delta T_{ges}(x)} = -B_{gl} \int_0^A k(x) dA = -B_{gl} A \frac{1}{A} \int_0^A k(x) dA \quad (25)$$

Es gilt $k = \frac{1}{A} \int_0^A k(x) dA$ und damit folgt

$$\ln \frac{\Delta T_{ges,0}}{\Delta T_{ges,L}} = B_{gl} k A \quad (26)$$

Nach Entlogarithmieren und Ersetzen von ΔT_{ges} mit Hilfe der Gleichungen (23), (24) bzw. (25) erhält man:

$$T_k = T_{0,k} + \Delta T_0 \left[1 - e^{-B_{gl}kA} \right] \frac{\dot{m}_h C_{p,h}}{\dot{m}_h C_{p,h} + \dot{m}_k C_{p,k}} \quad (27)$$

und

$$T_h = T_{0,h} + \Delta T_0 \left[1 - e^{-B_{gl}kA} \right] \frac{\dot{m}_k C_{p,k}}{\dot{m}_h C_{p,h} + \dot{m}_k C_{p,k}} \quad (28)$$

Der Verlauf der beiden Temperaturen T_k und T_h für einen Wärmeaustauscher im Gleichstrombetrieb ist in Abb. 4.7 schematisch angegeben.

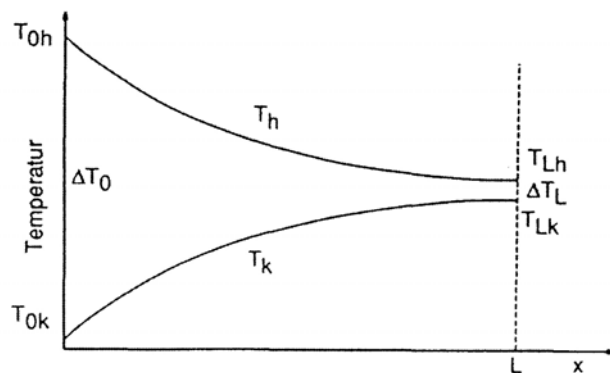


Abb. 4.7: Temperaturverlauf in einem Doppelrohrwärmeaustauscher bei Gleichstrombetrieb

Aus Abb. 4.7 ist ersichtlich, dass sich die beiden gemittelten Temperaturen T_h und T_k von der höheren beziehungsweise niedrigeren Temperatur an die Endtemperatur exponentiell annähern. Die gemittelte Temperatur T_k im kälteren Medium ist an keiner Stelle höher als die niedrigste Temperatur im heißen Medium. Die Temperaturdifferenz nimmt exponentiell ab.

Aus der Herleitung folgt für B_{gl}

$$B_{gl} = \frac{\ln \frac{\Delta T_0}{\Delta T_L}}{kA} \quad (29)$$

Dieser Ausdruck für B_{gl} wird in Gleichung (22) eingesetzt und nach Integration zwischen den Grenzen ΔT_0 und ΔT_L erhält man

$$j = kA \frac{\Delta T_0 - \Delta T_L}{\ln \frac{\Delta T_0}{\Delta T_L}} \quad (30)$$

Mit der Definition für ΔT_m

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_0 - \Delta T_L}{\ln \frac{\Delta T_0}{\Delta T_L}}, \quad (31)$$

mit $\Delta T_0 = T_{0,h} - T_{0,k}$ und $\Delta T_L = T_{L,h} - T_{L,k}$ lässt sich dieser Ausdruck auf die allgemeine Form

$$j = kA\Delta T_m \quad (32)$$

zurückführen.

Für die Anwendung der allgemeinen und einfachen Beziehung für den Wärmedurchgang, Gleichung (32), ist also die mittlere Gesamttemperaturdifferenz aus dem logarithmischen Mittel der Temperaturdifferenzen zwischen den beiden Fluiden am Eingang des Wärmeaustauschers bzw. am Ausgang des Wärmeaustauschers zu bilden.

b) Wärmeaustausch im Gegenstrom

Breibt man den Doppelrohrwärmeaustauscher im Gegenstrom, vergleiche Abb. 4.8, lässt sich eine analoge Rechnung durchführen.

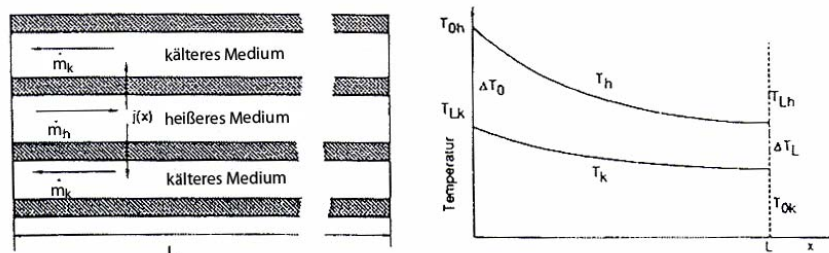


Abb. 4.8: Temperaturverlauf in einem Doppelrohrwärmeaustauscher bei Gegenstrombetrieb

Der Wärmestrom ist gemäß Gleichung (33) gegeben durch

$$dj(x) = k(x)\Delta T_{ges}(x)dA \quad (33)$$

wobei $k(x)$ und A jeweils auf die äußere oder innere Fläche des Innenrohres zu beziehen sind. Die Abkühlung des heißeren Mediums ist gegeben durch

$$j_h = -\dot{m}_h C_{p,h} \Delta T_h. \quad (34)$$

Das kältere Medium weist jetzt ebenfalls einen negativen Temperaturgradienten in x-Richtung auf, so dass

$$j_k = -\dot{m}_k C_{p,k} \Delta T_k \quad (35)$$

ist.

Die gleiche Rechnung wie bei der Gleichstromanordnung führt unter Verwendung von

$$d\Delta T_{ges} = dT_h - dT_k \quad (36)$$

und ersetzen von dT_h und dT_k durch die Gleichungen (34) und (35) zu

$$dT_{ges}(x) = -dj(x) \left(\frac{1}{\dot{m}_h C_{p,h}} - \frac{1}{\dot{m}_k C_{p,k}} \right) = -B_{gg} dj(x) \quad (37)$$

Der Unterschied zur Gleichstromanordnung ist, dass die Änderung der Temperaturdifferenz jetzt durch die Differenz der reziproken Wärmekapazitäten der beiden Stoffströme gegeben ist. Die Lösung von Gl. (37), d.h. die Temperaturdifferenz in Abhängigkeit von x, wird also weniger stark abklingen als in der Gleichstromanordnung.

Die gleiche Rechnung wie bei der Gleichstromanordnung führt zu

$$\Delta T_{ges}(x) = \Delta T_{ges,0} e^{-kB_{gg}A(x)} \quad (38)$$

mit $\Delta T_{ges,0} = T_{0,h} - T_{L,k}$ und $B_{gg} = \left(\frac{1}{\dot{m}_h C_{p,h}} - \frac{1}{\dot{m}_k C_{p,k}} \right)$

Für den Temperaturverlauf ergibt sich analog zu den Ableitungen im Gleichstrom

$$T_k = T_{L,k} + \Delta T_{ges,0} \left[1 - e^{-B_{gg}kA} \right] \frac{\dot{m}_h C_{p,h}}{\dot{m}_h C_{p,h} - \dot{m}_k C_{p,k}} \quad (39)$$

$$T_h = T_{0,h} + \Delta T_{ges,0} \left[1 - e^{-B_{gg}kA} \right] \frac{\dot{m}_k C_{p,k}}{\dot{m}_h C_{p,h} - \dot{m}_k C_{p,k}} \quad (40)$$

Der Temperaturverlauf für die Gegenstromanordnung ist in Abb. 4.9 schematisch angegeben.

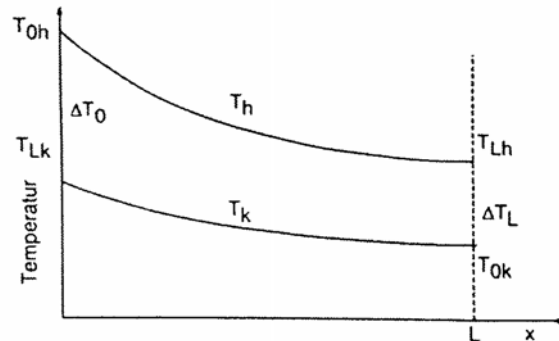


Abb. 4.9: Temperaturverlauf in einem Doppelrohrwärmeaustauscher bei Gegenstromanordnung

Man sieht, dass im Fall der Gegenstromanordnung die Temperatur des kälteren Mediums durchaus höher sein kann als die niedrigste Temperatur des heißeren Mediums.

Löst man Gleichung (38) nach Logarithmieren nach B_{gg} auf, ergibt sich

$$B_{gg} = \frac{\ln \frac{\Delta T_0}{\Delta T_L}}{kA} \quad (41)$$

Dieser Ausdruck für B_{gg} lässt sich in Gl. (37) einsetzen und nach Integration zwischen den Grenzen ΔT_0 und ΔT_L erhält man

$$j = kA \frac{(\Delta T_0 - \Delta T_L)}{\ln \frac{\Delta T_0}{\Delta T_L}} \quad (42)$$

Mit der Definition für

$$\Delta T_m = \frac{(\Delta T_0 - \Delta T_L)}{\ln \frac{\Delta T_0}{\Delta T_L}} \quad (43)$$

mit $\Delta T_0 = T_{0,h} - T_{L,k}$ und $\Delta T_L = T_{L,h} - T_{0,k}$ lässt sich dieser Ausdruck auf die allgemeine Form

$$j = kA \Delta T_m \quad (44)$$

zurückführen.

Zur Berechnung der notwendigen Austauschfläche kann nun einfach die Beziehung (44) nach der Fläche A aufgelöst werden.

Im Gegenstrombetrieb ist ΔT_m immer größer als im Gleichstrombetrieb und die übertragene Wärmemenge ist bei gleicher Fläche größer. Umgekehrt wird für vorgegebene Wärmeleistungen bei der Gegenstromanordnung eine geringere Austauschfläche benötigt. Die Vorteile des Gleichstrombetriebs von Wärmeaustauschern liegen in den anfänglich aufgrund der großen örtlichen Temperaturdifferenz hohen örtlichen Wärmestromdichten.

5 Daten zum Doppelrohrwärmeaustauscher

Innendurchmesser des Innenrohres: 6 mm

Wandstärke des Innenrohres: 1 mm

Innendurchmesser des Außenrohres: 12 mm

Wandstärke des Außenrohres: 2 mm

Anströmfläche des Innenrohres: $2,827 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$

Anströmfläche des Außenrohres (Konzentrischer Ringspalt): $6,28 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$

Austauscherfläche (Außenfläche des Innenrohres): $0,0377 \text{ m}^2$

Wärmeleitfähigkeit_{Stahl}: $21 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$

Rohrlänge: 1,5 m

6 Versuchsdurchführung

Bemerkungen:

Das Thermostat ist ausschließlich mit destilliertem Wasser zu füllen. Das Gerät ist auf eine Temperatur von 65° vorkonfiguriert und muss lediglich gestartet werden. Der Hauptwasserhahn für das Kühlwasser ist zu öffnen und nach dem Versuch wieder zu schließen.

Das Thermostat sowie die Temperaturfühler sind nach dem Versuch auszuschalten.

Die Volumenströme sind an den Rotametern einzustellen und ständig zu kontrollieren.

Die an der Anlage befindlichen Eichkurven dienen der Umrechnung von Volumenströmen auf Skalenteile des jeweiligen Rotameters.

Mit den neben dem Wärmeaustauscher befindlichen Dreiwegehähnen sind der Gleichstrombetrieb bzw. Gegenstrombetrieb einstellbar.

Versuche:

Für die gegebenen Volumenströme sind der Gleichstrombetrieb und der Gegenstrombetrieb durchzuführen.

Strömungsfälle	1. Fall		2. Fall		3. Fall		4. Fall	
	Innen laminar	Außen laminar	Innen turbulent	Außen turbulent	Innen turbulent	Außen laminar	Innen laminar	Außen turbulent
Volumenströme V (l/min)	0,24	0,8	1,3	2,6	0,89	0,8	0,34	2,43

7 Auswertung

Die in der Tabelle angegebenen Größen sind experimentell bzw. rechnerisch zu bestimmen. Durch den Vergleich der Fälle ist die Strömungsanordnung mit dem größten Wärmedurchgangskoeffizienten zu bestimmen.

	Innen laminar	Außen laminar	Innen turbulent	Außen turbulent	Innen turbulent	Außen laminar	Innen laminar	Außen turbulent
Volumenstrom V (l/min)								
Strömungsgeschw. u (m/s)								
Massenstrom m (kg/s)								
Ausgetauschte Wärme j (J/s)								
Reynold-Zahl								
Prandtl-Zahl								
Nusselt-Zahl								
Wärmedurchgangs- zahl α (W/m ² K)								
Wärmedurchgangs- zahl k (W/m ² K)								
Anfangstemperatur (°C)								
Endtemperatur (°C)								
Mittlere Gesamttemperatur ΔT_m (°C)								

Die Ergebnisse für Gleich- und Gegenstrombetrieb sind zu vergleichen und zu diskutieren.

8 Anhang

Stoffwerte von Wasser

Quelle: VDI-Wärmeatlas

Tabelle 1: Stoffwerte von Wasser und unterkühltem Wasser beim Druck $p = 1 \text{ bar}$

θ °C	ρ kg/m ³	c_p kJ/kg K	β 10 ⁻³ /K	λ 10 ⁻³ W/m K	η 10 ⁻⁴ kg/ms	ν 10 ⁻⁶ m ² /s	a 10 ⁻⁶ m ² /s	Pr –
- 20	992,8	4,375	- 0,7056	511,8	4311,0	4,342	0,118	36,85
- 15	995,8	4,312	- 0,4946	525,9	3312,8	3,372	0,122	27,17
- 10	997,8	4,269	- 0,3281	538,8	2533,4	2,639	0,125	20,86
- 5	999,1	4,238	- 0,1943	550,8	2149,4	2,151	0,130	16,54
0	999,8	4,217	- 0,0852	562,0	1791,8	1,792	0,133	13,44
5	1000,0	4,202	0,0055	572,4	1519,6	1,520	0,136	11,16
10	999,8	4,192	0,0823	582,0	1307,6	1,308	0,139	9,42
15	999,2	4,186	0,1486	591,1	1139,0	1,140	0,141	8,07
20	998,3	4,182	0,2067	599,6	1002,6	1,004	0,144	6,99
25	997,2	4,180	0,2586	607,6	890,8	0,893	0,146	6,13
30	995,8	4,178	0,3056	615,1	797,7	0,801	0,148	5,42
35	994,1	4,178	0,3488	622,1	719,5	0,724	0,150	4,83
40	992,3	4,179	0,3890	628,7	653,1	0,658	0,152	4,34
45	990,3	4,180	0,4267	634,8	596,3	0,602	0,153	3,93
50	988,1	4,181	0,4523	640,5	547,1	0,554	0,155	3,57
55	985,7	4,183	0,4963	645,8	504,3	0,512	0,157	3,27
60	983,2	4,185	0,5288	650,7	465,8	0,475	0,158	3,00
65	980,5	4,187	0,5590	655,3	433,8	0,442	0,160	2,77
70	977,7	4,190	0,5900	659,5	404,5	0,414	0,161	2,57
75	974,7	4,193	0,5190	663,3	378,3	0,388	0,162	2,39
80	971,4	4,196	0,6473	666,8	355,0	0,365	0,164	2,23
85	968,5	4,200	0,6748	669,9	333,9	0,345	0,165	2,09
90	965,1	4,205	0,7018	672,8	315,0	0,326	0,166	1,97
95	961,7	4,210	0,7284	675,3	297,8	0,310	0,167	1,86
99,63 ²⁾	958,4	4,215	0,7527	677,3	283,3	0,296	0,168	1,76

- θ Celsius-Temperatur
- ρ Dichte
- c_p spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
- β Wärmeausdehnungskoeffizient
- λ Wärmeleitfähigkeit
- η dynamische Viskosität
- ν kinematische Viskosität
- a Temperaturleitfähigkeit
- Pr Prandtl-Zahl